

## En note om allokering-analyser

Lasse Møller-Jensen, Lektor, Institut for Geovidenskab og Naturforvaltning, Københavns  
Universitet, [lmj@ign.ku.dk](mailto:lmj@ign.ku.dk)

### Abstract

Allokeringsanalyser kan bruges til at beregne for eksempel hvilke ansøgere, der skal fordeles til hvilke gymnasier, således at den samlede rejseafstand bliver minimeret. De kan altså bruges til at finde en slags optimal løsning, der minimerer konsekvenserne af den uomgængelige ubalance mellem ansøgernes og gymnasiernes geografiske placering. Allocate-funktionen i GIS-pakken ArcMap's Network Analyst har som valgmulighed, at kapaciteten af de faciliteter, der allokeres til, kan tages med i beregningen, hvilket synes at give god mening for at skabe en realistisk løsning. I denne artikel præsenteres nogle eksempler på allokering-analyser i situationer med varierende grad af ubalance mellem lokalt udbud og efterspørgsel. Resultaterne sammenlignes med den løsning, der fremkommer, når man bruger den officielle metode, hvor de ansøgere, der bor tættest på gymnasiet, optages først. Hensigten er udelukkende at formidle metodens muligheder, og de anvendte tal for ansøgere og deres placering, samt for gymnasiernes kapacitet, er aldeles fiktive (omend ansøbertallene er baseret på den reelle befolkningsfordeling i området). Artiklen præsenterer desuden et eksempel på beregning af en afstandsmæssig god løsning i en situation, hvor man har to grupper af ansøgere og gerne vil have en fordeling af disse på hvert gymnasium, der svarer til fordelingen blandt alle ansøgere.

**Keywords:** Allokeringsanalyser, GIS, ArcMap

### 1. Afstandsbaseret optagelse

Det er hvert år en kompleks opgave at finde en rimelig løsning på, hvilke ansøgere, der skal optages på hvilke gymnasier. Der skal tages hensyn til både prioriteringer, afstande til gymnasier, gymnasiernes kapacitet og andre faktorer. Pt. skal gymnasierne, hvis de ikke er omfattet af en særordning, i følge bekendtgørelsen som udgangspunkt optage de nærmeste 1. prioritetsansøgnings først (Bekendtg., 2016). Det drejer sig om afstand gennem vejnettet, ikke transporttid. I nogle tilfælde er der ikke plads på et givent gymnasium til selv 'lokale' 1. prioritetsansøgnings, altså til ansøgere, der har det pågældende gymnasium som det tættest beliggende. Disse kan risikere at blive tilknyttet et gymnasium betydeligt længere fra hjemadressen. For eksempel fremgik det af medierne i foråret 2017, at gymnasieelever fra

Stevns, der har kortest til Køge Gymnasium, angiveligt ofte kommer i klemme, når fordelingen af elever på landets gymnasier foregår. Hvis man starter med at fylde op med de nærmest-boende, vil der nemt ske det, at Køge Gymnasium bliver fyldt op til kapacitetsgrænsen med elever fra den omkringliggende Køge by, mens mange elever på Stevns kan blive tvunget til at køre lige forbi Køge Gymnasium til f.eks. et mere nordligt beliggende gymnasium med ledig kapacitet. Med den anvendte optagelsesmetode kan det samme i princippet ske flere andre steder, hvor ansøgere tilfældigvis bor udenfor det nærmeste gymnasies aktuelle afstandsgrænse, hvis der ikke er plads til alle 1. prioritetsansøgere, og resultatet kan blive uforholdsmæssigt lange rejsetider for enkelte gymnasieelever.

Spørgsmålet er, om dette samlet set er en rimelig løsning, eller om der kan identificeres en fordeling, der fordeler byrderne bedre. Man kunne f.eks. i denne sammenhæng argumentere for, at ansøgere nord for Køge, hvis afstand til et alternativt gymnasium med ledig kapacitet, måske ikke er meget større end afstanden til Køge Gymnasium, hellere skulle re-allokeres til dette, for at skabe plads til de sydfra-kommende. På denne måde ville i hvert fald de længste rejsetider blive reduceret.

Principper for udlægning af skole- og gymnasiedistrikter har været genstand for en del diskussion i medierne og i faglitteraturen (Caro et.al, 2004, TV Øst, 2017; Politiken, 2018), og der er givetvis forskelle i rimelighedsbetragtningerne mellem aldersgrupper og skoletype. I forhold til gymnasieoptag er der desuden en stigende fokus på tiltag, der kan skabe bedre balance mellem etniske grupper på gymnasierne, hvilket medfører at de strengt afstandsmæssige kriterier må blødes op. Denne note forholder sig imidlertid udelukkende til de afstandsmæssige aspekter og fokuserer på, hvorvidt en allokeringanalyse kan etablere en samlet løsning, der er mere rimelig, i situationer hvor der ikke er balance mellem kapacitet og efterspørgsel. Det skal præciseres, at noten tager udgangspunkt i konstruerede scenarier, hvor alle ansøgere har som 1. prioritet at gå på det nærmeste gymnasium, og hvor dette ikke kan lade sig gøre af kapacitetsmæssige grunde. I praksis vil der naturligvis være ansøgere, der prioriterer fjernereliggende gymnasier højere end det nærmeste, men denne problematik ligger udenfor denne notes rammer.

## **2. Allokeringseksempler**

Hvis det antages, at en rimelig allokeringssløsning, når det drejer sig om danske gymnasieelever, blandt andet omfatter en jævn fordeling af 'afstandsbyrden', kan man anvende GIS-værktøjer, som f.eks. allokeringfunktionen i ArcMap (ESRI, 2018) til at beregne en løsning, der minimerer den samlede rejsetid eller -afstand. En sådan analyse vil være baseret på køretider eller fysisk afstand i et transportnet, placering af ansøgere, placering af gymnasier og gymnasiernes kapacitet. Funktionen hedder egentligt "locate-allocate", idet den også kan finde optimale løsninger på den udfordring, det er at finde afstandsmæssigt optimale

placeringer til nye faciliteter, hvis man ønsker at udvide antallet. Eksemplet i figur 2 viser anvendelsen af locate-allocate i en situation, hvor antallet af faciliteter (gymnasier) og deres kapacitet er fastlagt på forhånd og ikke kan variere; det er altså en ren allokeringsopgave. I eksemplets scenarier har beregningerne medført, at den fulde kapacitet for alle gymnasier er udnyttet.

Afstandene i eksemplet måles som fysisk afstand (km) ad den kortest mulige rute gennem vejnettet mellem ansøgere og gymnasier. Vejnettet er i eksemplet dannet som et uniformt heksagonalt mønster, og er altså fiktivt. Analysen kunne uden problemer køres på et digitalt vej- og stikort, der ville give et mere korrekt billede af de reelle afstande. De rumlige variationer i vejtyper- og vejtæthed ville imidlertid gøre det sværere at foretage en umiddelbar visuel vurdering af analyseresultaterne i figur 1 og 2 (og forskellene mellem disse) som er formålet i denne sammenhæng.

Eksemplet viser allokering til 10 gymnasieskoler fordelt på 4 scenarier: I scenarie A er alle de ansøgere, der bor tættest på et gymnasium optaget på dette, og de deraf følgende "ideelle" kapacitetskrav kan ses i tabel 1. I scenarie B er indført en mindre rumlig ubalance ved henh. at øge og reducere gymnasiernes kapacitet med 50 pladser jævnt fordelt over området. I scenarie C er der indført en større ubalance, som vil kræve korrektioner mellem øst og vest, se tabel 1. I scenarie D er der indført et krav om en fordeling af to grupper af ansøgere på hvert gymnasium. Den samlede optagelseskapacitet er uændret i alle scenarier.

Der er indledningsvist lavet en analyse af, hvordan ansøgerne ville fordele sig i de to 'ubalance-scenarier' B og C, hvis man anvender den officielle fremgangsmåde vedrørende håndtering af afstand i optagelses-processen. Fremgangsmåden er, at ansøgere allokeres til et gymnasium i rækkefølge efter stigende afstand, og det er som tidligere nævnt en metode, der kan efterlade eventuelle 'residual'-ansøgere med lange rejsetider. Beregningen er foretaget ved 1) at beregne alle ansøgers afstande til alle gymnasier i en matrice, 2) sortere matricen efter stigende afstand, og derefter 3) i et Python-program tilknytte ansøgere til det gymnasium med kortest afstand, så længe der er ledig kapacitet. Resultatet fremgår af figur 2 og af tabel 2.

Efterfølgende er der lavet 2 allokeringanalyser for både scenarie B og C. Ansøgerne er i analyserne registreret på to forskellige måder med henblik på at demonstrere, hvordan det påvirker resultaterne. I allokeringanalyse 1 anvendes individuel repræsentation af hver ansøger i et separat punkt. I eksemplet ligger disse punkter dog ovenpå hinanden, da de er baseret på aggregerede data i mangel af konkrete ansøgerdata. I allokeringanalyse 2 er antallet af ansøgere i et 1x1 km kvadrat aggregeret og lagret som attributværdi til et lokaliseringspunkt, der repræsenterer kvadratet. I analyse 1 er ansøgerne repræsenteret i 4663 punkter og i analyse 2 i 1039 punkter. Sidstnævnte metode er ikke så relevant, når

adressepunkterne for alle ansøgere er kendt, men kan i visse tilfælde være relevant, hvis man ønsker at lave hurtige overslagsanalyser på grundlag af f.eks. kvadratnetsdata.

	Kapacitetstal anvendt til illustration (figur 1) (beregnet udelukkende på basis af befolkningsfordelingen i området)		
Facilitet Id	Scenarie A balance	Scenarie B lille ubalance	Scenarie C stor ubalance
1	595	-50	-100
2	703	-50	-100
3	334	+50	-100
4	689	-50	+100
5	302	+50	-100
6	453	-50	+100
7	282	+50	+100
8	691	-50	+100
9	188	+50	+100
10	426	+50	-100

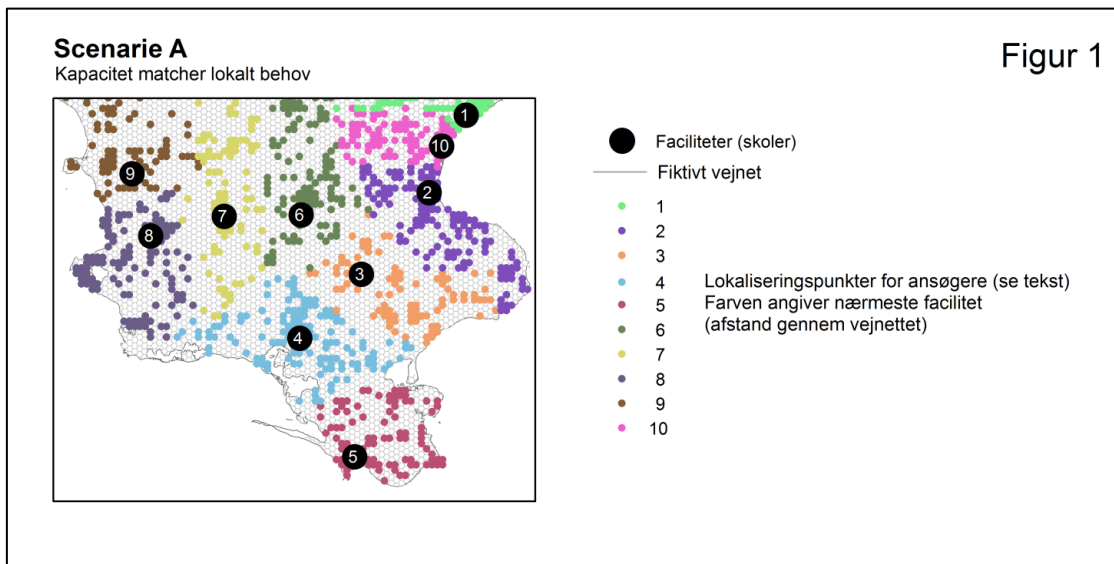
**Tabel 1. Anvendte konstruerede kapacitetstal. Scenarie A giver balance mellem kapacitet og antal nærmest-boende, mens scenarie B og C medfører, at ikke alle kan optages på nærmeste gymnasium. Samlede kapacitetstal er ens i de 3 scenarier.**

Den anvendte optimeringsstrategi i locate-allocate funktionen er 'maximize capacitated coverage' (MCC). Lokalisering/allokeringsfunktioner er altid computer-tunge og kræver såkaldt heuristiske programmeringsmetoder for at kunne bruges på opgaver, der har en realistisk størrelse (se f.eks. Horn, 1998). Eksakte metoder vil simpelthen normalt ikke kunne nå at afprøve alle mulige løsninger indenfor en realistisk tidsramme. Computer-belastningen bliver ikke mindre af, at faciliteternes kapacitet skal tages i betragtning. I eksemplet i denne artikel matcher det samlede ansørgertal kapaciteten, og opgaven går på at fordele ansøgerne, således at rejsetiderne samlet set minimeres, og kapacitetsgrænserne følges. Dette kan MCC klare: *"in addition to honoring capacity, it selects facilities such that the total sum of weighted impedance is minimized"* (ESRI, 2018); summen af alle rejseafstande ("impedance") bliver altså minimeret. Man skal dog være opmærksom på en tilføjelse til beskrivelsen af virkemåden længere inde i online-hjælpen: *"An allocated demand point has all or none of its demand weight assigned to a facility; that is, demand isn't apportioned with this problem type."* I praksis betyder dette, at hvis man arbejder med aggregerede ansørgertal, som repræsenteres i ét punkt, vil alle ansøgere i et punkt ("weighted demand") skulle knyttes til samme gymnasium ("facility"). Hvis der i en given løsning kun er plads på det nærmeste gymnasium til f.eks.

halvdelen af ansøgerne fra et punkt, vil metoden midlertidigt forbigå dette punkt og lede efter et andet punkt, længere væk, hvor ansøgstallet passer bedre til restkapaciteten. Alle ansøgere i det første forbigåede punkt vil dermed også i sidste ende blive knyttet til et gymnasium længere væk. Dette har til formål at opnå den bedst mulige tilpasning til kapacitetstallene, men kan i konkrete situationer lede til ret absurde løsninger.

### 3. Scenarieanalyser

Scenarie A i figur 1 viser, hvordan fordelingen ville være, hvis kapaciteten passer til lokalt behov. Scenarie B og C i figur 2 illustrerer, hvordan allokeringsanalysen tilknytter ansøgere til gymnasier i situationer med geografisk ubalance, ved brug af både individuelle ansøgerdata (analyse 1) og aggregerede ansøgerdata (analyse 2). Gymnasier med blå signatur har for høj kapacitet i forhold til lokalt behov og gymnasier med rød signatur har for lav. Den specificerede kapacitet er præcist opfyldt for alle scenarier og metoder, men det ses tydeligt, at analyse 2, hvor der anvendes 'udelelige' aggregerede ansøgstal for hvert punkt, har nogle stærkt problematiske tilknytninger af nogle få ansøgere til gymnasier, der ligger meget langt væk. Dette gælder for både scenarie B og C, men er grællst i C (eksempler på sådanne tilknytninger er fremhævet med tyk streg i kortene). Ved brug af metoden i analyse 1 optræder dette problem ikke, og man opnår i begge scenarier, at tilknytningerne 'forskydes' på en hensigtsmæssig måde, for at modvirke ubalancen.



Figur 1. Analyseområde. Data er konstrueret mhp. illustration af metoden. Farvede prikker angiver ansøger(e) og nærmeste facilitet.

Tabel 2 og 3 opsummerer resultaterne for de 3 scenarier med henholdsvis afstanden for den ansøger med størst afstand, gennemsnitsafstanden for alle ansøgere, og procentdelen, der ikke er kommet på nærmeste gymnasium. Det ses, at største afstand, hvis der er plads til alle på nærmeste gymnasium (scenarie A) er knap 36 km og gennemsnitsafstanden er 8.3 km. Når man ser på de 2 scenarier, der tager udgangspunkt i rumlig ubalance, kan man bl.a. konstatere følgende:

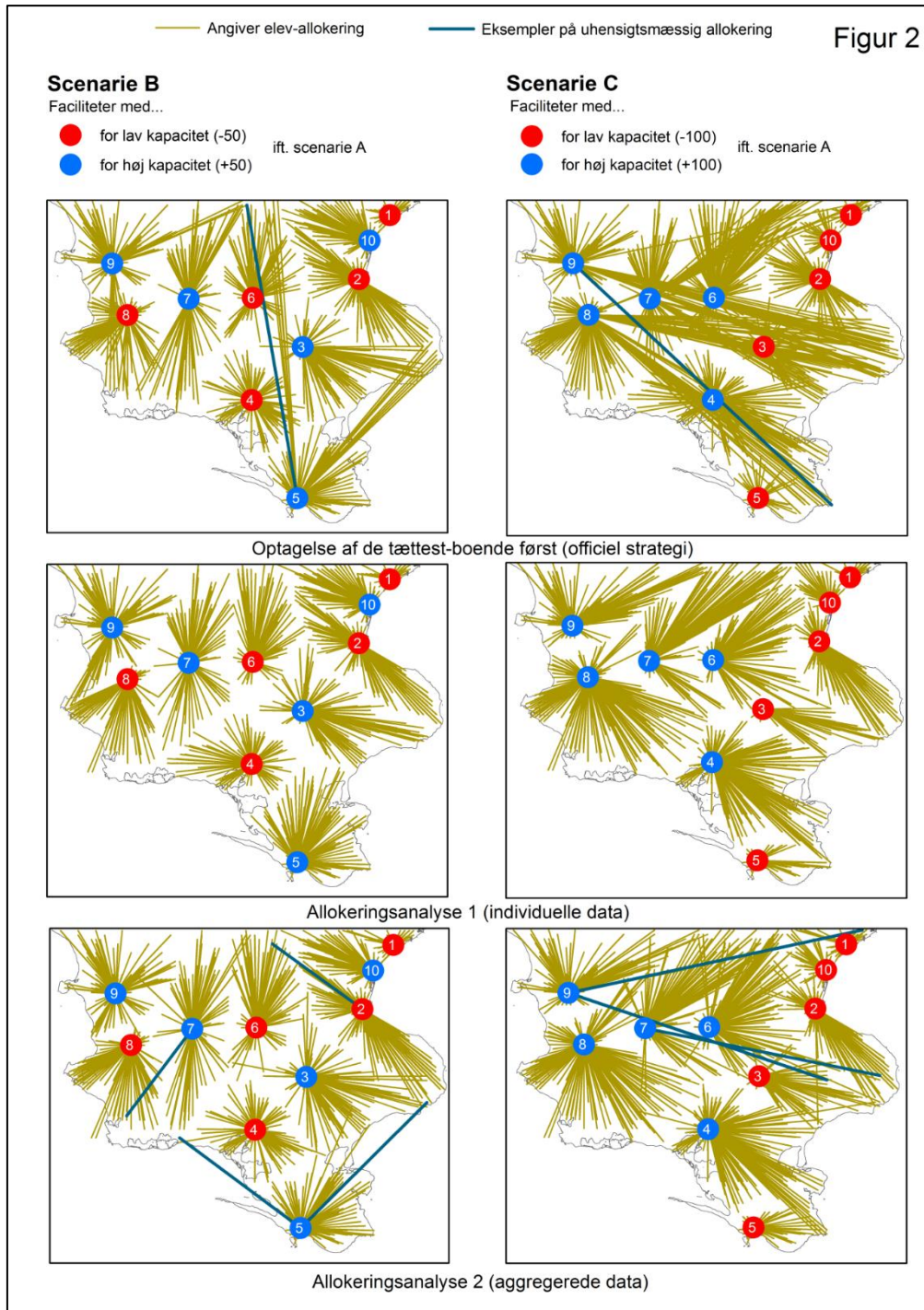
- Metoden, der mekanisk allokerer 'nærmeste først', medfører nogle meget store 'største afstande' mens gennemsnitsafstanden er mere rimelig, og andelen, der ikke kommer på det nærmeste også er lav. Det er altså nogle få, der 'lider' for at skabe balancen.
- Allokeringanalyse 1 leverer en løsning, hvor den største afstand i begge scenarier bliver mere end halveret samtidigt med at gennemsnitsafstanden også falder. Omkostningen ved dette er som forventet en mindre stigning i ansøgere, der ikke får det allernærmeste gymnasium, set i forhold til 'nærmeste først'-metoden. Stigningen er dog minimal i scenarie 1 (fra 5.4% til 5.8%) og noget større i scenarie 2 (11.8% til 21.8%).
- Brug af aggregerede data i analyse 2 resulterer i nogle ekstreme tilknytninger, således at største afstand bliver 53.1 km og hele 88.8 km for henh. B og C. Fremgangsmåden er dermed klart uegnet i denne sammenhæng.

Scenarie A (balance)		
størst afstand	gennemsnit	ikke til nærmeste
35.7 km	8.3 km	0 %

**Tabel 2. Allokeringstatistik for scenarie A med balance mellem kapacitet og antal nærmest-boende.**

	Scenarie B (mindre ubalance)			Scenarie C (større ubalance)		
	størst afstand	gennemsnit	ikke til nærmeste	størst afstand	gennemsnit	ikke til nærmeste
"Nærmeste først"	84.2 km	9.0 km	5.4 %	102.2 km	12.2 km	11.8 %
Allokeringanal. 1	38.0 km	8.4 km	5.8 %	45.9 km	10.1 km	21.8 %
Allokeringanal. 2	53.1 km	8.8 km	7.2 %	88.8 km	11.3 km	17.7 %

**Tabel 3. Allokeringstatistik for 'ubalance-scenarierne' B og C.**



Figur 2. Allokering i situationer, hvor der ikke er geografisk balance mellem efterspørgsel og behov.

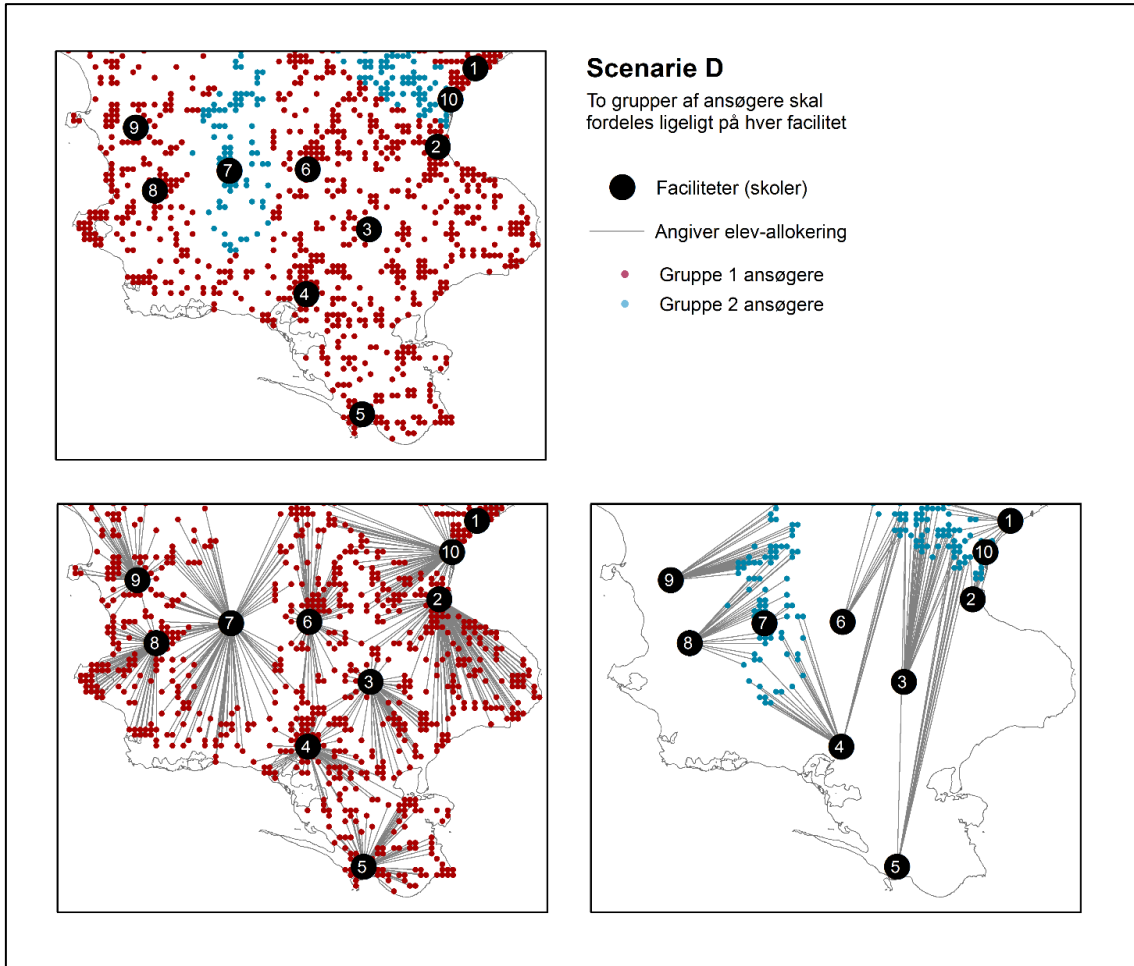
#### 4. Ubalance i geografisk placering af to ansøgergrupper

Allokeringsanalysen kan benyttes i en situation, hvor man ønsker en ligelig fordeling af etniske grupper på hvert gymnasium, der matcher fordelingen i den samlede ansøgerskare (scenarie D). Dette kan gøres relativt simpelt ved at fastlægge procentfordelingen og beregne kapacitetstal for de respektive grupper på hvert gymnasium. Dette er illustreret med et konstrueret og fordelingsmæssigt ekstremt eksempel i figur 3 og tabel 4. I dette scenarie antages det, at ansøgere fra gruppe 2 bor i 2 ud af de 10 gymnasiers nærområder (#7 og #10), mens ansøgere fra gruppe 1 bor i de øvrige gymnasiers nærområde. I eksemplet udgør gruppe 2 ansøgere 18% af det samlede ansøgertal, og alle skolars kapacitetstal er fastsat til 82% og 18% af ansøgertallet i nærområdet for henh. gruppe 1 og gruppe 2. Der er dermed plads til alle, men ikke på det nærmeste gymnasium. Ved at køre allokeringsanalysen for de to grupper hver for sig opnås et resultat, hvor procentfordelingen bliver ens på alle skoler, samtidigt med at den samlede rejseafstand for alle elever gøres mindst mulig. De afstandsmæssige konsekvenser af denne løsning kan ses i tabel 4. Da udgangspunktet i eksemplet er en stærk geografisk opdeling af grupperne, er det ikke overraskende, at både 'størst afstand' og gennemsnitsafstand bliver længere, specielt for gruppe 2, når alle gymnasier skal have samme fordeling. Forskellene mellem elevernes skoleafstande bliver tillige større. Det skal afslutningsvis bemærkes, at optimeringsopgaven bliver mere kompliceret, hvis man i stedet for den faste procentfordeling mellem grupperne, som er anvendt her, ønsker at indføre en variabel fordeling på hvert gymnasium, men med et 'loft' for hver gruppes maksimale andel. I dette tilfælde vil allokeringsanalysen ikke kunne køres separat for de to grupper.

	Gruppe 1 ansøgere			Gruppe 2 ansøgere		
	antal optagne	størst afstand	gennemsnit	antal optagne	størst afstand	gennemsnit
Scenarie D	499	8.6 km	3.6 km	46	16.6 km	10.0 km

**Tabel 4. Allokeringsstatistik for optimal løsning med kortest mulige rejseafstande, når der ønskes ens fordeling mellem gruppe 1 (82%) og gruppe 2 (18%) på hvert gymnasium.**





Figur 3. Allokering af to grupper af ansøgere så procentfordelingen bliver ens på alle faciliteter. Kort 3 (øverst) illustrerer et fiktivt, konstrueret scenarie med meget ujævn geografisk fordeling af ansøgere fra gruppe 1 og gruppe 2. Allokeringsløsningen (nederst) giver ens fordeling på alle skoler, med lavest mulige rejselængder. Løsningen er for overskuelighedens skyld vist på to kort.

## 5. Opsamling

Samlet set indeholder "locate-allocate" nogle slagkraftige funktioner, der kan udføre et kompliceret stykke optimeringsarbejde og dermed potentielt reducere både samlet rejseafstand og antallet af ansøgere, der bliver behandlet på en måde, der opfattes som urimelig. Den nævnte problematik, som knytter sig til aggregerede data, skal man være

opmærksom på, men da anvendelsen i praksis formentlig vil kunne ske på grundlag af adresserne på individuelle ansøgere, vil den ikke have så stor betydning.

## 6. REFERENCER

- Bekendtø. (2016). Bekendtgørelse om optagelse på de gymnasiale uddannelser.  
<https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=177372>
- Caro, F., Shirabe, T., Guignard, M. and Weintraub, A (2004). School Redistricting: Embedding GIS Tools with Integer Programming. The Journal of the Operational Research Society, Vol. 55, No. 8, 2004, pp.836-849
- ESRI (2018). Location-allocation Analysis. On-line support:  
<http://desktop.arcgis.com/en/arcmap/latest/extensions/network-analyst/location-allocation.htm>
- Horn, M. (1995). "Analysis and computational schemes for p-median heuristics." Env. and Planning A 28: 1699-1708.
- Politiken (2018). Google viser vejen til gymnasiet (18-1-18)
- TV ØST (2017). Elever afvist fra gymnasium: Reglerne er for snævre og generelle.  
<https://www.tveast.dk/artikel/elever-afvist-fra-gymnasium-reglerne-er-snaevre-og-generelle.24-7-17>