

En ny nøjagtig geoide – til et GNSS-baseret højdesystem

Kristian Keller¹ | René Forsberg²

¹ SDFE

² DTU Space

Keywords: Nyt højdesystem, GNSS, højdemåling, koter, tyngde, geoide

Abstract

En ny geoide er på vej, og den skal være tilstrækkelig god til et nyt GNSS-baseret højdesystem. Geoiden vil blive bestemt ved en kombination af tyngdemålinger fra satellitter, fly- og overflademålinger samt GNSS målinger og nivellement.

DTU Space har de senere år udført tyngdemålinger til lands, til søs og i luften; ældre tyngdenet er kontrolleret med nye præcise data, hvilket har givet en nøjagtighed på 1-2 cm rms i geoiden i forhold til et globalt referencesystem.

SDFE har parallelt med dette udført GNSS-målinger og præcisions-nivellementer til løbende at beregne mere nøjagtige koter som kontrol af fikspunkterne.

For at få en national geoide tilpasses den tyngdefelt-baserede "gravimetrisk geoide" til SDFE's 5D-net, således at der opnås konsistens på 5 mm rms niveau med Dansk Vertikal Reference, DVR90.

1 | Ingen højder uden geoide

I dag er det muligt at udføre GNSS-opmåling i realtid med 1 cm nøjagtighed – også i højden. Fremtidens højdesystem vil sandsynligvis være defineret af en meget nøjagtig geoide model og GNSS, ikke som i dag baseret på op til 70.000 fikspunkter; derfor er SDFE i samarbejde med DTU Space i gang med at beregne en ny dansk geoide med 5 mm nøjagtighed.

Højder målt med GNSS refereres til højder over ellipsoiden, såkaldt ellipsoidehøjder, $h_{(ellip)}$. Som regel ønsker vi højder opgivet i DVR90, som er defineret som middelvandstanden omkring Danmark i 1990, bestemt ved nivellement til vandstandsmålere i Jylland, Fyn og Sjælland.

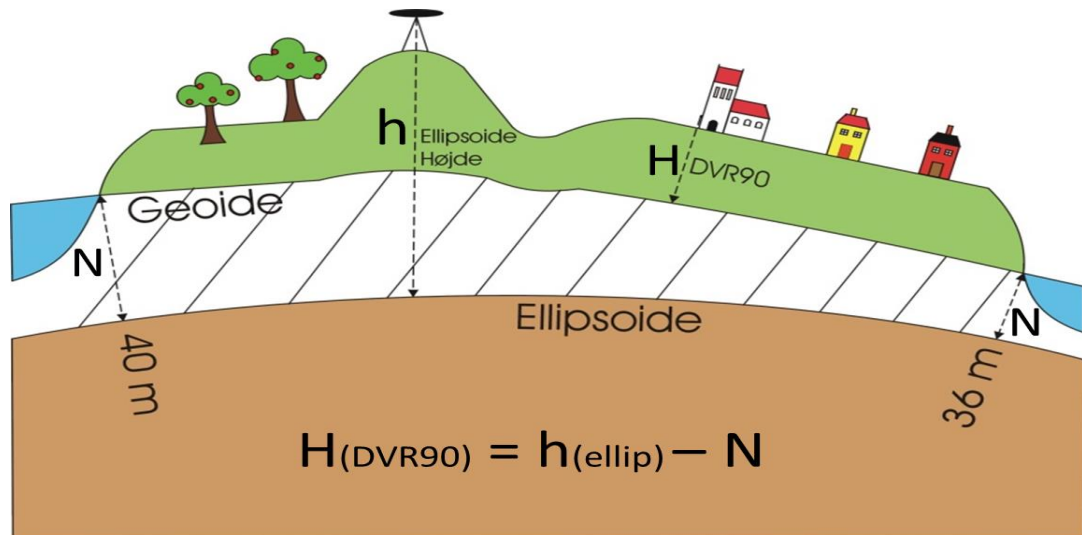
Det er her geoiden kommer i spil, da den netop angiver højden fra en reference ellipsoide (som f.eks. WGS84) til DVR90. Geoidehøjden, N er populært sagt vandets højde over ellipsoiden. Desværre afhænger verdenshavens middelvandstand af havstrømme samt ændringer i temperatur og saltholdighed. Det betyder, at der kan være op til ± 1 meter afvigelse fra det "uforstyrrede globale havniveau", og det er derfor nødvendigt at "tilpasse" en global satellit- og tyngdefeltbaseret geoidemodel med GNSS på nivellements fikspunkter for at opnå konsistens med et lokalt højdesystem som DVR90.

Sammenhængen mellem DVR90 $H_{(DVR90)}$, ellipsoidehøjder $h_{(ellip)}$ og den danske geoidehøjde N er givet ved (Figur 1)

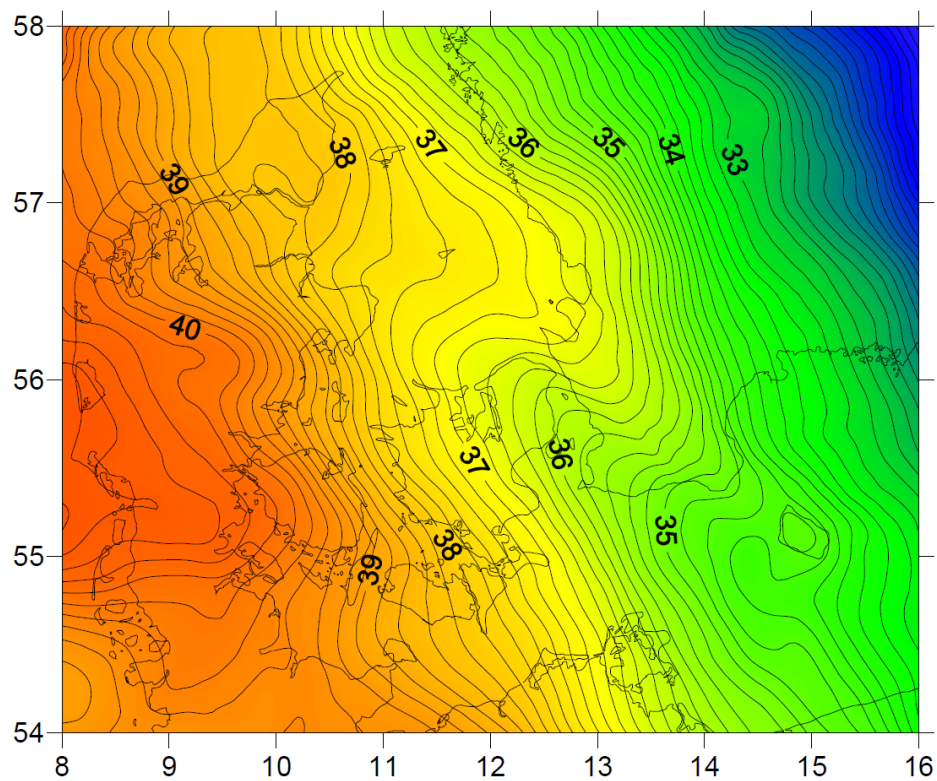
$$H_{(DVR90)} = h_{(ellip)} - N$$

Geoiden N varierer over Danmark fra 41 m i Sønderjylland til 34 m på Bornholm (Figur 2). De lokale afvigelser skyldes de geologiske forhold i undergrunden. Den grundlæggende ligning er dog kompliceret af mange forhold, især relateret til landhævning, men også i praksis af fejl i f.eks. GNSS, nivellement og fejl i geoidemodellerne, f.eks. manglende underliggende tyngdedata.

Fejl i geoiden vil direkte overføres i højden i DVR90, og derfor er det vigtigt at have en geoid med den bedst mulige nøjagtighed, hvilket kan være særdeles vanskelig at vurdere, da fejl i geoid, i nivellement (f.eks. lokale sætninger), og GNSS ikke umiddelbart kan adskilles.



Figur 1: Her ses forholdet mellem ellipsoidehøjden, geoidhøjden og højden i DVR90

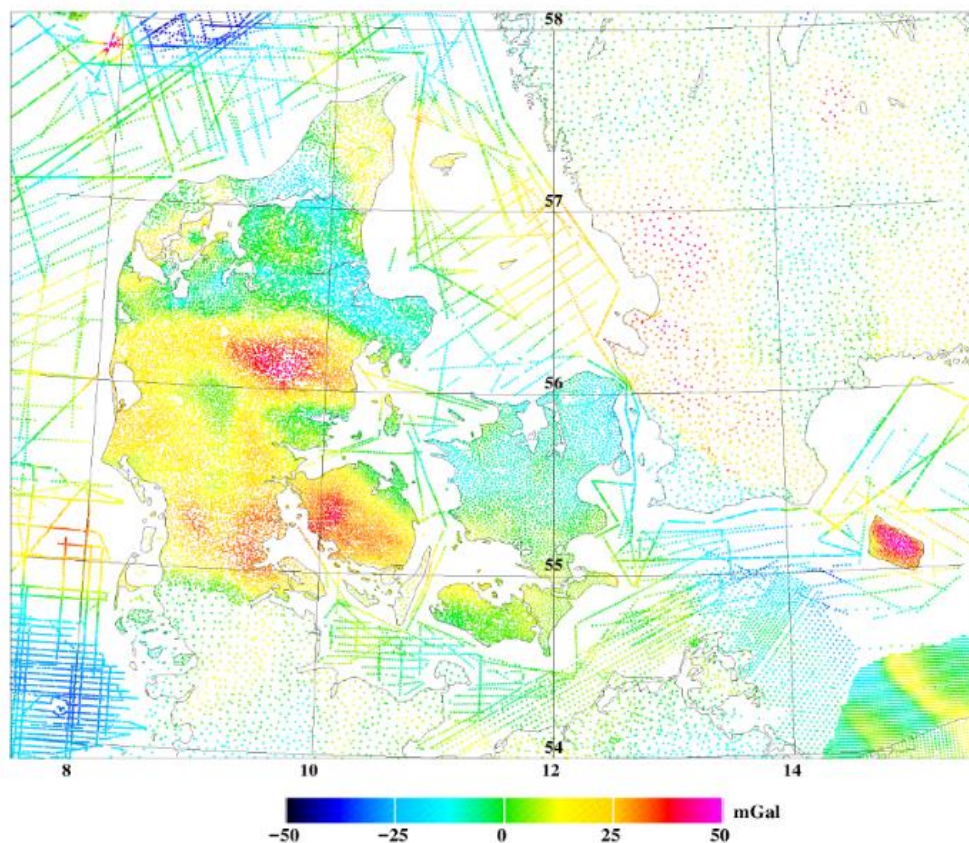


Figur 2: Geoiden over Danmark; 20 cm kontur interval

2 | Tyngdemålinger og den gravimetriske geoide

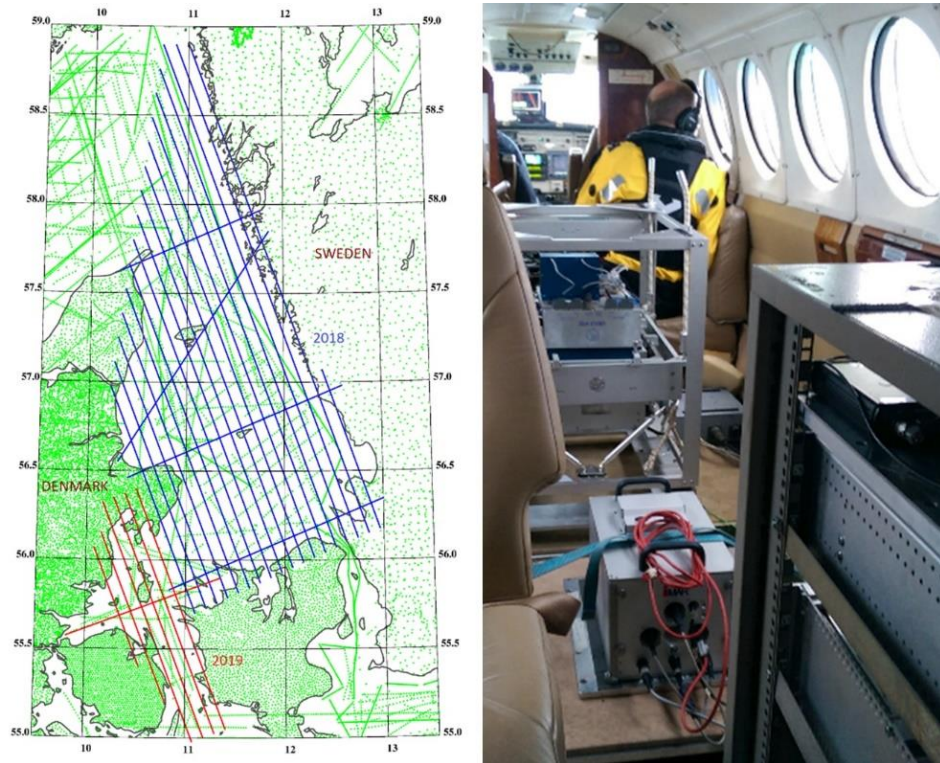
Udgangspunktet for den præcise geoidebestemmelse i Danmark er en bestemmelse af den "globale" geoidehøjde N_{global} . At bestemme den globale geoide er et grundproblem i geodæsen og er udtrykt ved et globalt kompliceret integral ("Stokes ligning"), som i princippet kræver tyngdedata til rådighed over hele verden. Sådanne data er nu tilgængelige fra satellitter, og det giver en global nøjagtighed på 0.5-1 meter for geoiden. For at komme på cm-niveau må de globale data suppleres med lokale tyngdefelt data, som måles overalt på jorden med forskellig tæthed med såkaldte gravimetre, som kan måle tyngdeaccelerationen med relative nøjagtigheder ned til 10^{-8} . De fleste gravimeter målinger er baseret på relative "fjeder" instrumenter, som igen kalibreres ved "absolutte" frit-falds målinger, hvor der måles faldtid og -længde for et objekt som et prisme eller sågar enkelte atomer ved -273°C - som det nyeste skud på "gravimeter" stammen, (Bidel et al. 2020).

De landsdækkende tyngdemålinger i Danmark er udført af Geodætisk Institut i 1940-1960'erne, som er kalibreret med nyere præcisionsmålinger, som faktisk sikrer Danmark et enestående godt grundlag for en 5 mm-geoide, først og fremmest fordi dækningen er ganske tæt, ned til 1 km (Figur 3).



Figur 3: Oversigtskort over danske tyngdemålinger til lands og til vands. Data er de senere år suppleret med flybårne målinger, bl.a. for at sikre en bedre nøjagtighed i de indre farvande og kalibrere ældre målinger fra før GPS-æraen. Farven indikerer tyngde-anomalier, dvs. afvigelsen fra det forventede felt fra reference-ellipsoiden og observationshøjde. Den konventionelle enhed mGal svarer til ca. 10^{-6} g

Fordi geoiden ikke kender grænser, foregår der intenst samarbejde og dataudveksling med vores nabolande, som det kan ses på Figur 4. Udvekslingen af sådanne data uden for nærømråderne kan dog være ganske kompliceret, da tyngdedata også bruges kommercielt til geofysisk eksploration, og til militær inertiel navigation.



Figur 4: Flybårne tyngdemålinger i Kattegat 2018-19, i samarbejde med Lantmäteriet i Sverige, styrker nøjagtigheden af geoiden - også i kystområderne på land. Det kræver kompliceret gyro-stabiliseret udstyr (Jensen et al. 2019) og præcis GNSS for at måle tyngdekraften i fly

I beregningen af den globale geoid indgår også globale satellitdata fra missioner som NASA's GRACE 2002-17 ("Gravity and Climate Experiment") og ESA's GOCE 2009-13 ("Global Ocean Circulation Explorer"), som har kortlagt den langbølgede komponent af tyngdefeltet med stor nøjagtighed, således er brug af lokale tyngdedata kun nødvendige i interesseområdet og nærmeste omegn. Data suppleres med digitale terrænmodeller og satellit radar altimetri over det åbne ocean, så det ender som regel med en højst kompliceret beregning, som i lang tid har været en specialitet for danske geodæter, bl.a. på grund af udfordringerne bl.a. i Grønland, (Forsberg, 2001).

3 | Tilpasning af geoiden til DVR90

For at geoiden skal kunne bruges i praksis, skal den refereres til danske forhold; dvs. til DVR90. Den gravimetriske geoid er i princippet baseret på det nyligt etablerede IHRF (International Height Reference Frame). I Danmark er der et beregnings-offset i forhold til DVR90 på ca. 28 cm, med undtagelse af Bornholm, som har 'sit eget højdesystem' med et nulpunkt som ligger ca. 12 cm højere end resten af landet.

Derfor skal geoiden først tilpasses med en konstant forskydning, så den kommer til at ligge så tæt på DVR90 som muligt; herved opnås en nøjagtighed mellem fikspunkternes "tilsyneladende" geoid

$$N_{obs} = h_{ellip} - H_{DVR90}$$

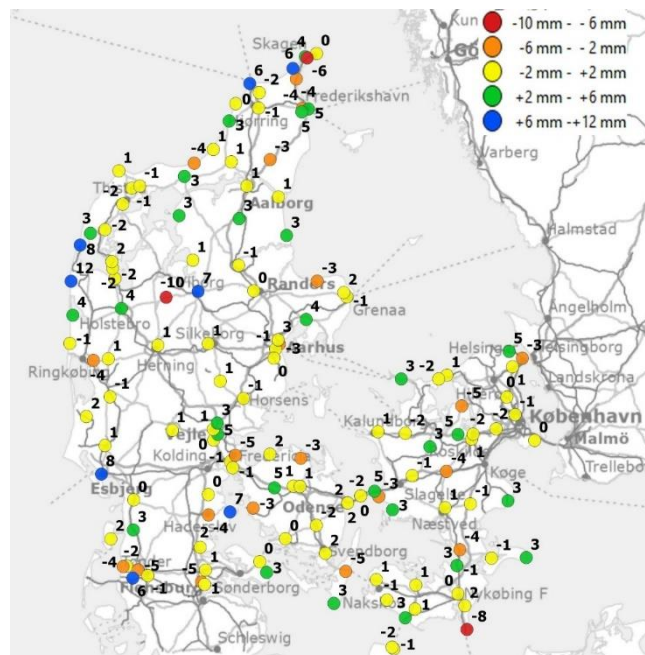
og geoidmodellen på lidt under 2 cm rms. Derefter skal der laves en blød "interpolationsflade", som absorberer landhævnings effekter, fejl i geoid, nivellement eller GNSS, og herved kan komme til at sikre en konsistens under 1 cm. Dette gøres i praksis ud fra vores bedste højdeobservationer i SDFE's 5D-net, med både nøjagtige DVR90 koter og fra gentagne og præcise GNSS målinger, processeret med state-of-the-art GNSS software ("Bernese").

For hvert af de valgte ca. 150 fikspunkter i 5D-nettet findes således N_{obs} , som virker som 'facitliste' for den gravimetrisk geoid. Ved at studere forskellen, residualerne, mellem den tilpassede geoid og de 'observerede' geoidhøjder ses kvaliteten af den tilpassede geoid. Den seneste beregning giver en std. afvigelse på ca. 3 mm, men håbet er at komme endnu længere ned, når vi har fundet evt. fejl i enten nivellement eller GNSS beregningerne. De 3 mm er dog ikke den endelige usikkerhed, da "tilpasningen" er en "trade-off" proces mellem nøjagtighed på de givne punkter, og "glathed" af interpolationsfladen. I store dele af landet forventes de 5 mm rms. nøjagtighed også væk fra de definerende punkter, bl.a. på grund af den underliggende tætte tyngdedækning.

4 | Kvalitetssikring

En metode at validere den tilpassede geoid er en såkaldt 'Leave-One-Out Cross Validation' (LOO), (Nielsen, 2019). Her udelukkes en observation ad gangen, og alle andre observationer bruges til en tilpasning, som vurderes ved at estimere geoidhøjden i netop i det udeladte punkt. Dette gøres for alle punkterne et ad gangen. Residualerne for en LOO cross validation ses i Figur 5.

Punkter med større residualer studeres nærmere, især punktets historiske højder, kan fortælle om punktet er stabilt eller bevæger sig anormalt. Endvidere studeres punkter, som ligger geografisk tæt på hinanden, men har residualer med modsat fortegn, som f.eks. i Skagen, Figur 5.



Figur 5: Tallene viser forskellene i mm mellem den tilpassede geoid og de målte højder. Forskellene er bestemt ud fra 'Cross-validation leave-one-out' metoden, hvilket vil sige, at geoidhøjden i et punkt er bestemt, uden at netop det punkt var med i tilpasningen

5 | Konklusion

Arbejdet viser, at vi er godt på vej til at få en særdeles nøjagtig reference geoid i Danmark til brug ved både landmåling og større eller mindre ingeniørarbejder til lands og offshore. Det er sket ved et samarbejde mellem SDFE og DTU Space, og en stor indsats for at finde svagheder i de eksisterende observationer og få dem rettet. I 2021 fortsætter arbejdet med kontrol af eksisterende tyngdemålinger og målinger i områder med ringe dækning, bl.a. på en række småøer, hvis højdeniveau ofte er usikkert, og fremover i større udstrækning vil blive defineret via geoiden. Tilsvarende etableres nye 5D punkter, hvor der er langt imellem de eksisterende punkter, og nyt nivellement udføres, hvis det kræves for at sikre nøjagtigheden af koterne.

Den nye "5 mm" geoidemodel forventes at være klar ultimo 2021, og vil herefter kunne implementeres i f.eks. de forskellige RTK services, således, at den er let tilgængelig for de alle brugere.

6 | Referencer

- Aasbjerg Nielsen, A. (2019) Undervisnings noter, STATS 202: Data Mining and analysis. Lecture 11: Cross validation, DTU Compute. October 16, 2019.
- Bidel, Y., Zahzam, N., Bresson, A., Blanchard, C., Cadoret, M., Olesen, A. V. & Forsberg, R. (2020): Absolute airborne gravimetry with a cold atom sensor. In: Journal of Geodesy. 94, 2, 9 p. 20.
- Forsberg, R. (2001): Development of a Nordic cm-geoid – with basics of geoid determination. In: Nordic Geodesy Towards the 21st Century, Lecture Notes for NKG Summer School, Fevik, Norway, August 2000. Geodetic Publications 2001:1, pp. 67-88, Statens Kartverk, Hønefoss.
- Jensen, T. E., Olesen, A. V., Forsberg, R., Olsson, P-A. & Josefsson, Ö. (2019): New results from strapdown airborne gravimetry using temperature stabilisation. In: Remote Sensing. 11, 22, 19 p., 2682.