

Validering og test af stokastisk trafikmodel

Majken Vildrik Sørensen

M.Sc., PhD-stud.

Otto Anker Nielsen

Civ.Ing., PhD, Professor

Danmarks Tekniske Universitet/

Banestyrelsen Rådgivning

1. Indledning

Trafikmodeller har inden for de seneste år gennemgået en større udvikling på det nationale såvel som det internationale plan. En vigtig del af denne udvikling er skiftet fra deterministiske modeller (individer antages at have ens præferencer samt besidde perfekt information) til modeller, der inddrager stokastiske elementer. Et eksempel er Østdanmark modelkomplekset¹(ØDM), der indeholder stokastiske elementer til beskrivelse af forsinkelser, forskelle i rejsendes præferencer, manglende kendskab til det kollektive udbud samt generelle tilfældigheder. I estimationsfasen, løses sådanne modeller analytisk for simple (binære) valgsituationer i kontrollerede eksperimenter (Stated Preference interviews). I praksis inkluderes effekterne ved hjælp af forskellige typer simuleringsmodeller (togforsinkelser) og statistiske fordelinger, hvorfra udtræk genereres tilfældigt. Som noget nyt inkluderede modellen stokastiske termer på flere niveauer; præference- og strækningsstokastik, tillige med korrelation mellem de stokastiske led². Modelkomplekset er af kompleks karakter, hvor de stokastiske termer har forskelligt, men overlappende virkeområde.

Under valideringen af ØDM, blev det besluttet at gennemføre en mere systematisk test. Nærværende paper omhandler analysen af det samlede modelkompleks stokastiske egenskaber. Sådanne analyser er - forfatterne bekendt - ikke gennemført af tilsvarende modeller. Desuden er ØDM nok den hidtil mest komplekse model, hvad angår stokastisk rutevalg i kollektive trafiknet.

¹ Tidligere betegnet København-Ringsted trafikmodellen

² For en beskrivelse se Nielsen m.fl (2000b), Nielsen & Jovicic (1999)

2. Bagvedliggende model

Modelkomplekset er baseret på (en variant af) logit modellen, der antager at individerne er homogene, rationelle og besidder perfekt information om markedet³. Dette beskrives af et traditionelt fejllid ε_j , der i nyttefunktionen relaterer til individet. Typisk foretages der ikke tests for om disse antagelser er rimelige – i nærværende testprogram kvantificeres fejlspecifikationen forbundet hermed.

I Østdanmark modellen er den traditionelle valgmodel udvidet på følgende vis:

Stokastiske forsinkelser af kollektive transportmidler på strækningsniveau.

Individernes varierende kendskab til det kollektive net (udbud af linier, køreplan og forbindelser/ korrespondancer); repræsenteret ved et stokastisk led på kant-niveau i den kollektive graf. Det traditionelle fejllid ε_j angiver kun en del af denne variation, der således har en større varians end i Stated Preference analyserne.

- Individernes forskellige præferencer estimeret ud fra SP-interviews.

Forskelle i individers præferencer beskrives ved variation af nyttefunktionernes koefficienter (Ben-Akiva m.fl., 1993). Et eksempel herpå (valg i tilfældet med to forklarende variable) er $U = \beta_{cost} \cdot c_{cost} + \beta_{time} \cdot t_{time} + \varepsilon_j$, hvor det ekstra stokastiske led er i parameteren $\beta_{tid} = B_{tid} + \xi_{tid}$, hvor B_{tid} er middelværdien for β_{tid} og ξ_{tid} er stokastisk fordelt. Tidskomponenten er underopdelt i tilbringertid, gangtid, køretid med bil, osv., hvilket resulterer i adskillige stokastiske tidskomponenter. For at opnå konsistente stokastiske led, er der tilføjet korrelation mellem disse. Derudover indgår der flere variable end i ovenstående formel, hvilket yderligere komplicerer beskrivelsen.

3. Testplanen

Formålet med testprogrammet var at afgøre hvorledes såvel rutevalgs- som den samlede models resultater påvirkes af modellens stokastiske led; dels hver for sig og dels eventuelle synergieffekter mellem de stokastiske led. Analyserne fokuserede såvel på modellens konvergensadfærd, samt på hvorledes hver type af stokastik påvirker resultaterne. Modellen er testet med henblik på at fastlægge hvorledes den reagerer på de særlige tiltag der adskiller modellen fra tidligere trafikmodeller; herunder stokastik på præferencer og strækninger.

I modellen er der som nævnt, stokastik på tre niveauer; i det følgende fokuseres der på præference og strækningsstokastik. Desuden findes der stokastik i udbuddet der bestemmer om en bestemt afgang i køreplanen afgår til tiden eller med hvilken (stokastisk) forsinkelse.

I det følgende anvendes betegnelserne: KU for Udbudsberegning, KA for kollektiv assignment og BA for bil assignment. KT betegner kollektiv transport. Der anvendes samme beregning af BA da dette test udelukkende fokuserer på hvilke effekter der er af stokastik,

³ Se evt. Ben-Akiva & Lerman, 1985

hvilket ikke påvirker BA. Alle kørsler er betegnet med type (bogstav A-H) og dertil et nummer hvor der er flere ens kørsler.

Testplanen ses herunder, hvor ændringer i forhold til 'standard' kørsel (*Basis*) er markeret med farvet baggrund, + indikerer at typen af stokastik er tilføjet, mens - tilsvarende indikerer at typen er fjernet. Der fokuseres på konvergens af modellen på stræknings- og stationsniveau samt for transportmidler og segmenter. Desuden søges det belyst hvorledes forskellige typer af stokastik påvirker modellens resultater.

Testplanen er fastlagt således at der køres flere (3) identiske kørsler af samme scenarie (A og B); hvor A endvidere frakobler regulariteten (sættes til 100 %) for at teste konvergens af modellen. Præferencestokastik hhv. strækningsstokastik afkobles enkeltvis (D hhv. F) og samlet (E) samt kørsel med skiftestraf på alle segmenter (C). I de stokastiske elementer i strækningsstokastikken er der indlagt korrelation mellem de stokastiske led; dette er fjernet i kørsel G. I *Basis* scenariet er der indeholdt 1/10 af den estimerede skiftestraf for erhvervssegmentet; ellers ingen skiftestraf. Kørslerne H1 hhv. H2 er uden regularitet, men med hhv. alle uden skiftestraf. Desuden foretages der to kørsler alene af udlægningen af trafikken med samme input (A11+ A12).

Type \ Komponent	Basis	A	B	C	D	E	F	G	H1	H2
Regularitet	+	÷	+	+	+	+	+	+	÷	÷
Skiftestraf	÷	÷	÷	+	÷	÷	÷	÷	+	alle uden
Præference	+	+	+	+	÷	÷	+	+	+	+
Strækning	+	+	+	+	+	÷	÷	+ ⁴	+	+
Korrelation strækning	+	+	+	+	+	+	÷	÷	+	+
Antal kørsler:										
Udbud + Kollektiv Assignment		3	3	1	1	1	1	1	1	1
Kollektiv Assignment		2								

Tabel 1 Testplanen

Ved at se på testberegningerne samlet, ses at der er stor variation i resultaterne. Da modellen er komplekst opbygget og dermed ikke er reproducerbar (medmindre at alle stokastiske termer fjernes), samt at der ikke (forfatterne bekendt) er andre modellens resultater, man kan sammenligne med, er der begrænsede muligheder for at vurdere om udsvingene i resultaterne er af en rimelig størrelsesorden. Dette beror derfor på et skøn af hvad der er rimeligt. Det skal her bemærkes at modellen beregner det samlede tidsforbrug og ikke detaljeres til hvorledes den enkelte rejse er sammensat, endside ændringer i denne.

4. Konvergens

Konvergens af modellen er testet ved 3 identiske kørsler for *A* og *B*. Da modellen indeholder flere stokastiske led skal kun til en vis grad, kunne reproducere sig selv. For at belyse i hvilken grad resultaterne stemmer overens, er set på dels absolutte og dels relative afvigelser. Testresultaterne viser god overensstemmelse mellem kørslerne, dels på overordnet niveau og dels i detail. Nedenfor ses et udsnit af resultaterne, tidsforbrug (usegmenteret) relativt til *A1* hhv. *Basis (B)* angivet i %.

4.1 Tidsforbrug

Tidskomponenter for *A* og *B* ses herunder

	<i>A2</i>	<i>A3</i>	<i>A11</i>	<i>B1</i>	<i>B2</i>	<i>B3</i>
Køretid bus	-1,65	-0,7	-3,94	-0,14	-0,18	0,59
Køretid tog	-0,24	-0,61	0,7	0,07	-0,24	0,37

⁴ Strækningsstokastik medtaget uden korrelation mellem de stokastiske led

Køretid S-tog	-0,4	-1,6	0,33	-0,11	-1,03	0,21
Køretid Pbane	-0,61	-0,95	0,23	-0,87	0,59	-1,31
Køretid Metro	0,61	0,28	-2,09	-1,6	-1,39	-1,11
Ventetid	-1,81	-0,35	3,84	0,07	-0,04	0,51
Forsinkelse	x	x	x	-0,57	-0,58	0,11
Skiftetid	-2,63	-1,41	-13,27	-1,67	-0,43	0,38
Skjult ventetid	-2,07	0,86	2,23	2,88	2,24	2,16
Adgangstid	-1,21	-0,68	2,76	-0,26	-0,79	-0,31
Samlet	-1,3	-0,69	4,72	-0,1	-0,3	0,3

Tabel 2 Tidskomponenter usegenteret, forskel i %

Generelt ligger afvigelse under 1 %, dog er skjult ventetid 2 - 3 %, mens skiftetid er ca. 9 %. For erhvervsrejsende er svingningerne lidt større, mens studerende varierer mindre (under ½ %). Herunder er opstillet afvigelser i %, samt de tilsvarende absolutte differencer.

	Afvigelse i % ⁵	Absolutte afvigelser (1000 min)
Køretid bus	3,36	109,1
Køretid tog	0,32	7,4
Køretid S-tog	0,86	17,5
Køretid Pbane	0,79	1,9
Køretid Metro	1,04	4,1
Ventetid	0,68	7,3
Forsinkelse	0,37	2,2
Skiftetid	9,2	166,8
Skjult ventetid	1,74	26,5
Adgangstid	0,53	24,7
Samlet	0,48	84,6

Tabel 3 Samlet usikkerhed på segmenter og transportmidler, angivet i % og absolut

Da tidsværdier ofte har særlig stor vægt i samfundsøkonomiske beregninger, er det af stor betydning, at modellen konvergerer hurtigt. Hvis to *forskellige* scenarier sammenlignes (typisk ved projektvurdering eller vurderinger af driftsoplæg), vil det ofte resultere i ændringer i tidsforbrug, der er mindre end ovennævnte procentangivelser⁶. Eller med andre

⁵ Kørsel A11 er ikke anvendt hertil

⁶ Det skal bemærkes at ovennævnte tal er for ens scenarier.

ord; til trods for at modellen tilsyneladende konvergerer pænt, kan det i nogle sammenhænge vise sig, at den tilfældige variation i resultaterne er af samme størrelsesorden som konsekvenserne af det pågældende scenarium.

4.2 Samlet antal rejser

Forskelle i det samlede antal rejser der foretages (til *A1* hhv. *B1*), ses af nedenstående Tabel 4.

Dagture	<i>A2</i>	<i>A3</i>	<i>A11</i>	<i>A12</i>	<i>B3</i>
Erhverv	-5	-67	-5	-5	-3
Pendler	4	55	4	4	-9
Uddannelse	2	0	2	2	0
Øvrige	-731	-1385	-731	-731	-199
Total	-729	-1395	-729	-729	-212

Tabel 4 Passagertal fordelt på segmenter (formål)

Konvergenstest for kørsler med U+KA, viser at antallet af rejsende (alle segmenter) med bil (0,6 %), gang (0,4 %), cykel (0,3 %) konvergerer pænt. KT afviger med 1,8 % hvilket alene skyldes stokastik. Ses der på segmenter (Tabel 5 og Tabel 6), konvergerer Erhverv, Pendler samt Uddannelse; mens Øvrige afviger med 1365 rejsende fra højeste til laveste. Det samlede antal rejser varierer med mellem 1400(*A*)⁷ og 220 (*B*) (0,02 % af det totale antal rejser) mellem tre ens kørsler, hvilket må betegnes som pænt.

	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>
--	-----------	-----------	-----------

⁷ Dette uddybes i forbindelse med regularitet.

Dagture	Bil	Gang	Cykel	KT	Total	Bil	Gang	Cykel	KT	Total	Bil	Gang	Cykel	KT	Total
Erhverv	1215 003	4873 0	4929 1	2487 1	1337 896	1215 482	4866 5	4923 1	2451 3	1337 891	1214 811	4895 4	4970 4	2436 0	1337 829
Pendler	1388 884	1809 25	4710 51	5731 61	2614 021	1393 764	1816 56	4727 85	5658 20	2614 025	1388 899	1813 36	4721 84	5716 58	2614 076
Uddannelse	8156 1	2948 1	2602 69	1094 28	4807 39	8184 7	2958 2	2611 90	1081 21	4807 41	8144 6	2951 3	2605 28	1092 53	4807 39
Øvrige	1088 999	8677 04	3302 45	5601 79	2847 127	1090 648	8714 01	3313 58	5529 88	2846 396	1073 629	8706 69	3306 45	5708 00	2845 742
Total	3774 447	1126 840	1110 857	1267 639	7279 782	3781 741	1131 305	1114 565	1251 442	7279 053	3758 785	1130 471	1113 061	1276 071	7278 387
Erhverv	-0,01	-0,11	-0,24	1,18	0,00	0,03	-0,24	-0,36	-0,28	0,00	-0,02	0,35	0,60	-0,90	0,00
Pendler	-0,12	-0,21	-0,20	0,52	0,00	0,23	0,19	0,16	-0,77	0,00	-0,12	0,02	0,04	0,25	0,00
Uddannelse	-0,07	-0,15	-0,15	0,45	0,00	0,28	0,19	0,20	-0,75	0,00	-0,21	-0,04	-0,05	0,29	0,00
Øvrige	0,42	-0,26	-0,15	-0,20	0,02	0,57	0,17	0,18	-1,48	0,00	-1,00	0,09	-0,03	1,69	-0,02
Total	0,07	-0,24	-0,18	0,20	0,01	0,27	0,16	0,16	-1,08	0,00	-0,34	0,08	0,02	0,87	-0,01

Tabel 5 Dagture (A); øverst absolutte tal, nederst relativt til *Gns.A*, i %

Det ses af Tabel 5 at antallet af rejser der foretages, er stort set ens for A1-A3. Variationen ligger totalt set på 0,02 %, hvilket dækker over at der inden for transportmidler er variation på op til 2% (PT), mens bil, gang hhv. cykel varierer 0,6; 0,7 hhv. 0,5 %. Testet for *B* (*B1* og *B3*) viser samme tendens, hvilket ses herunder.

<i>B1</i>	<i>B3</i>
-----------	-----------

Dagture	Bil	Gang	Cykel	KT	Total	Bil	Gang	Cykel	KT	Total
Erhverv	1215				13378	1215				13378
	360	48692	49263	24577	92	07	48621	49161	24701	89
Pendler	1394	18182	47322	56490	26140	13951	18109	47194	56582	26140
	081	5	9	3	39	70	0	4	5	30
Uddannelse	8185		26126	10802	48074			26102	10820	48074
	4	29597	8	0	0	81939	29564	8	9	0
Øvrige	1092	87123	33186	55135	28465	10911	87206	33262	55045	28463
	069	6	9	6	30	86	6	7	2	31
Total	3783	11313	11156	12488	72792	37837	11313	11147	12491	72789
	365	50	29	57	01	03	40	61	86	89
Erhverv	0,00	0,07	0,10	-0,25	0,00	0,00	-0,07	-0,10	0,25	0,00
Pendler	-0,04	0,20	0,14	-0,08	0,00	0,04	-0,20	-0,14	0,08	0,00
Uddannelse	-0,05	0,06	0,05	-0,09	0,00	0,05	-0,06	-0,05	0,09	0,00
Øvrige	0,04	-0,05	-0,11	0,08	0,00	-0,04	0,05	0,11	-0,08	0,00
Total	0,00	0,00	0,04	-0,01	0,00	0,00	0,00	-0,04	0,01	0,00

Tabel 6 Dagture (B); øverst absolutte tal, nederst relativt til *Gns.B*, i %

Variationen mellem kørslerne ligger totalt set på 0,01 % (godt 210 rejsende), herunder ligger at transportmidlerne varierer med op til 0,09 % og segmenter med op til 0,01 % (200 rejsende).

Generelt er afvigelserne større for *A* end for *B* kørsler, samlet set ligger usikkerheder på segmenter og transportmidlerne som vist i nedenstående Tabel 7.

Dagture	Bil		Gang		Cykel		KT		Total	
	i %	abs.	i %	abs.	i %	abs.	i %	abs.	i %	abs.
Erhverv	0,04	670	0,46	290	0,84	470	2,05	510	0,01	70
Pendler	0,35	4900	0,40	730	0,37	1700	1,28	7300	0,00	50
Uddannelse	0,35	400	0,34	100	0,35	920	1,19	1300	0,00	2
		1700						1050		
Øvrige	1,41	0	0,43	3700	0,34	1100	1,90	0	0,05	1390
		2300						2450		
Total	0,41	0	0,40	4500	0,33	3700	1,28	0	0,02	1400

Tabel 7 Samlet usikkerhed på segmenter og transportmidler, angivet i % og absolut

Samlet set er usikkerhederne små (under 1%) og dermed er robustheden af modellen stor.

Det bemærkes, at stokastikken i rutevalgsmodellen påvirker transportmiddelvalgsmodellen gennem direkte feedback, hvilket igen via log.summer påvirker turfordeling og -frekvens. Resultaterne viser således, at de tre første trin af en trafikmodel (eller i hvert fald ØDM), er

meget robuste i forhold til mindre ændringer i udbudsvariable og rutevalg. Der er en række årsager til dette;

Den helt tilfældige variation fordeler passagerne mellem ruter, der har næsten samme rejsetid. Store variationer i rutevalg vil således ofte skyldes mindre variationer i tidskomponenter.

Præferencestokastikken påvirker vægtingen af de forskellige tidskomponenter (og omkostninger, mv). Dette kan medføre forskelle i de enkelte tidsværdier, selvom den samlede nytte er næsten det samme. Idet nyttefunktionen i transportmiddelvalgmodellen har en lignende struktur hvad angår antal variable som rutevalgmodellen, betyder det, at den stokastiske variation i transportmiddelvalgmodellen dæmpes.

Transportmiddelvalgmodellen har en række alternativ- og transportmiddelspecifikke konstanter, hvilket dæmper betydningen af variationer i variablene.

Stokastikken i feedbacket fra transportmiddelvalg til turfordelingsmodellen dæmpes yderligere, idet log.summerne rummer en sammenvægtning med udbudsvariable fra de andre transportmidler⁸.

Yderligere konstanter samt det faktum, at log.summer kun har begrænset betydning for turfrekvens, dæmpede yderligere stokastikkens betydning for det samlede antal ture.

4.3 Trafik på stationsniveau

I det følgende ses på modellens fordeling af trafik på stationer. Der er rimelig god overensstemmelse mellem A og B kørslerne; bl.a. kan nævnes at for 71 stationer ligger usikkerheden indenfor 5% for A og B , og for 138 stationer ligger afvigelserne inden for 10 %⁹. Det skal her nævnes at modellen beregner stationsvoluminer for 239 stationer. For 9 (mindre) stationer ligger afvigelser for både A og B på mere end 20%.

Opdeles trafikken på stationsniveau ses der forskellige i størrelsen af afvigelserne. Her skal det dog bemærkes at variationen altid vil være større jo mere informationen detaljeres. Mange stationer konvergerer pænt (58% af stationerne har under 10% afvigelse), mens der for nogle stationer ikke er konvergens (4% af stationerne har mere end 20% afvigelse).

Sammenfattet kan siges at robustheden af modellen er på et rimeligt niveau; af eksempler kan nævnes

usikkerheden på stationsniveau ligger på 5%, hvor flere større stationer ligger bedre (dvs. mindre afvigelser)

det samlede tidsforbrug varierer op til 0,7 % hhv. 1,3% for usegmenteret hhv. segmenteret model.

⁸ Dette blev ikke varieret i SP-eksperimenterne

⁹ Disse antal er uden hensyn til absolut konvergens; dvs. hvis forskellen er 5 rejser set i forhold til 10 rejser tælles dette med som afvigelse på 50 %, selvom det reelt ikke har stor betydning.

enkelte tidskomponenter varierer med op til 2% hhv. 4% for usegmenteret hhv. dog op til 15% variation på skjult ventetid for erhvervsrejsende.

på strækningsniveau er variationen i mange tilfælde op mod 50% hvilket er yderst problematisk ved beregninger til dimensionering af nettets størrelse.

passagemængderne varierer indenfor +/- 400.

5. Regularitet (*A*)

Regularitet (i %) angiver andelen af tog der ankommer rettidigt. Fordelingen af transportmidlernes forsinkelser¹⁰ er input til modellen. Ved at sætte regulariteten til 100 % (perfekt regularitet) varierer det samlede antal rejser med 1400 (0,02 %) mellem tre 'ens' kørsler, hvilket er større end variationen i tilfældet med forsinkelser (*B*) (Tabel 4). Regularitetens påvirkning af den samlede rejsemængde kan derfor tillægges afvigelser på +/- 300 rejser.

Det samlede niveau for *A* ligger marginalt (100 rejser) højere end niveauet for *B*. Desuden findes at der generelt er lidt færre der rejser med bil (500 rejser) og færre med cykel (1000 rejser), mens der generelt er flere der rejser med KT (5000 rejser)¹¹. Det slutes derfor at regulariteten ikke påvirker den samlede mængde af rejser men derimod fordelingen mellem transportmidler mod at flere benytter KT når regulariteten øges (mod 100% rettidighed), hvilket er forventeligt.

Tidskomponenterne påvirkes af regulariteten ved at køretid i bus falder, køretid med tog falder, køretid med S-tog falder og skiftetid samt skjult ventetid falder. Adgangstid reduceres ligeledes markant. Disse tal er (selv korrigeret for stokastik) markante (jf. Tabel 3) og indikerer at regularitet påvirker tidskomponenterne en del. Da det ikke er begrundet i et ændret antal rejsende, skyldes det ændret destinationsvalg og/ eller ændret transportmiddel/ transportkædevalg.

6. Strækningsstokastik (*E*)

Strækningsstokastik opfanger at brugerne har forskelligt kendskab til nettet. At fjerne denne svarer til at alle brugere har perfekt kendskab til nettet, at alle kender samtlige korrespondancer mellem transportmidlerne og dermed reelt har mulighed for at optimere deres rejse. Herunder ses antallet af rejser der fortages, og på tidsforbruget hertil.

	<i>E</i>
--	----------

¹⁰ Forsinkelsernes fordeling afhænger af transportmiddel

¹¹ Tal i () er korrigeret for usikkerhed.

Dagture	Bil	Gang	Cykel	KT	Total
Erhverv	-1618	-35	-53	1718	14
Pendler	-13978	-2210	-7838	24022	-4
Uddannelse	-464	-244	-2659	3368	1
Øvrige	-17193	-17375	-9017	46130	2547
Total	-33253	-19861	-19567	75239	2559
Erhverv	-0,13	-0,07	-0,11	6,97	0,00
Pendler	-1,00	-1,22	-1,66	4,25	0,00
Uddannelse	-0,57	-0,82	-1,02	3,11	0,00
Øvrige	-1,57	-1,99	-2,71	8,37	0,09
Total	-0,88	-1,76	-1,75	6,02	0,04

Tabel 8 Dagture (*E*) fordelt efter transportmiddel og segment; øverst absolutte tal, nederst relativt til gennemsnitlig *B*, i %

Det ses at antallet af kørsler i segmenterne pendler, erhverv og uddannelse er uændrede, hvilket kunne forventes mens der foretages 2500 flere øvrige rejser. Fordelingen mellem transportmidler viser at 75.000 (6%) flere rejser med KT hvilket indikerer at manglende kendskab til nettet leder til ændret transportmiddel- og rutevalg. Ligeledes indikerer det at passagerinformationssystemer potentielt kan øge andelen af KT markant.

	<i>E</i> Absolut i %			<i>G</i> Absolut i %			
	Køretid bus	3.126.551	-100,1	-3,1	3.409.730	183	5,67
Køretid tog	2.430.145	104,9	4,51	2.343.202	18	0,77	
Køretid S-tog	2.252.908	207,7	10,16	2.087.615	42	2,08	
Køretid Pbane	251.705	14,5	6,11	236.664	-1	-0,24	
Køretid Metro	415.262	27,7	7,14	395.564	8	2,06	
Ventetid	1.129.413	43,6	4,01	1.132.524	47	4,3	
Forsinkelse	951.330	-65,7	-6,46	993.985	-23	-2,26	
Skiftetid	1.173.399	-623,6	-34,7	1.522.079	-275	-15,3	
Skjult ventetid	1.506.977	-24,6	-1,6	1.609.425	78	5,09	
Adgangstid	5.044.265	321,9	6,82	4.871.376	149	3,16	
Samlet	18.281.956	-93,7	-0,51	18.602.16	4	227	1,23

Tabel 9 Rejsetider ved *E* og *G* (1000 min), afvigelser til *Gns.B*

Som det ses af ovenstående tabel er køretid i bus, forsinkelse, skiftetid, og skjult ventetid alle reduceret i forhold til *B*. Særligt ses at skiftetid er faldet med 34,7% hvilket reflekterer at brugeren vælger en forbindelse hvor deltransportmidlerne passer godt sammen. Det samlede tidsforbrug falder med 0,5%, hvilket skal ses i lyset af at antallet af kollektivt rejsende er steget med 75.000! Ved at fjerne korrelationen (*G*) mellem parametrene ændres tidsforbruget

således at der samlet set bruges mere tid (1,23 %) ¹². Reduktionen i skiftetid er halveret for G (15,3%) i forhold til E (34,7%), mens væksten i dgangstid er halveret for G (3,2%) i forhold til E (6,8%). Samtidig har køretid i bus for G en stigning på 5,7% (E reduceredes med 3,1%). De øvrige komponenter har lille eller ingen vækst.

Det kan med andre ord det konkluderes, at korrelationen mellem stokastiske led påvirker resultaterne i væsentlig grad – hvorvidt korrelationen skal medtages eller ej er vil afhænge af situationen, men det anbefales af forfatterne.

7. Præference stokastik ($D+E+G$)

Præference stokastik skal opfange forskelle mellem individer samt forskelle mellem tidsperioder for samme individ. Den traditionelle parameter β erstattes med $(\beta + \xi)$. For at kontrollere at en rejsende der værdisætter køretid med tog højere end gennemsnittet, ligeledes værdisætter køretid med bus højere end gennemsnittet, er de stokastiske dele af parametrene (ξ) korrelerede; i dette tilfælde med den stokastiske del af skiftetid. I G er denne korrelation fjernet, mens den stokastiske fordeling er bibeholdt, hvilket resulterer i større spredning i estimerne.

At samme gruppe af alternativer opfattes forskelligt (for personer eller tidsperioder), leder naturligt til at forskellige alternativer vælges. Der kan således i resultaterne ses forskellige fordelinger mellem transportmidler, på ruter hvor der *reelt* er mulighed for at vælge et andet transportmiddel, ændret antal skift på en rejse, ændret rejsetid osv. Dette påvirker robustheden af modellen; hvis to identiske kørsler giver divergerende resultater, hvilket er da 'korrekt'?

Visse af nyttefunktionens parametre er tillagt en stokastisk fordeling; i praksis sammensat af det traditionelle deterministiske led og et stokastiske led der er normalfordelt $N(0, \sigma^2)$, hvor σ^2 er variansen der er estimeret ud fra SP data. Typen af stokastiske komponenter afhænger af segment; uddannelse/fritid har stokastik i parameteren for omkostningen (ekskl. pladsbillet) mens øvrige segmenter har stokastik på tidskomponenter. For segmenter med stokastik i tidskomponenterne vil nyttefunktionen være givet ved

$$U = \sum_{i \in J} \beta_i x_i + \sum_{j \in J} (\beta_j + \xi_j) x_j + \varepsilon \text{ hvor } \xi_j \text{ er fordelt } N(0, \sigma_j^2)$$

$$= \sum_i \beta_i x_i + \sum_{j \in J} \xi_j x_j + \varepsilon$$

Desuden er $\sum_{j \in J} \xi_j x_j$ fordelt $N(0, \sigma_i^2 + \sigma_j^2 + 2\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j)$ hvor J er mængden af variabler hvor der er stokastik på parameteren, x_j er tidskomponenter mens x_i er øvrige forklarende variabler.

¹² Dette er ikke umiddelbart oplagt, men skal ses i lyset af at væksten i køretid bus, vægter tungt (knap 20 %) og skjult ventetid vægter ca. 8 % i den samlede rejsetid. Desuden skal det bemærkes at valg af transportmiddel og rute (statistisk) er baseret på maksimumdannelse og lille forskel derfor er 'nok' til at ændre et valg.

Variansen ligger i intervallet fra $(0,9^k ; 1)$, hvor k er antallet af stokastisk fordelte parametre. Hvis den fulde kovariansmatrix (Σ) kendes kan den resulterende varians beregnes eksakt¹³.

At variansen er proportional med middelværdien og at der er korrelation med skiftetid, betyder at fortegnet for det stokastiske led er styret kraftigt af skiftetid da alle stokastiske led er korreleret 90% hermed¹⁴.

	D					E					G				
Dagture	Bil	Gang	Cykel	KT	Total	Bil	Gang	Cykel	KT	Total	Bil	Gang	Cykel	KT	Total
Erhverv	-1512	76	37	1398	-1	-1618	-35	-53	1718	14	-1045	82	52	926	16
Pendler	1179			1812		1397			2402						
Uddannelse	5	-1290	-5039	9	6	8	-2210	-7838	2	-4	-7076	-295	-2472	9820	-23
Øvrige	-413	-170	-1815	2398	0	-464	-244	-2659	3368	1	-1837	-40	-793	2673	2
Total	1295	1194		3334		1719	1737		4613		2213			3004	
	5	5	-6831	3	1612	3	5	-90170		2547	5	-3622	-30174	4	1271
	-	-	-			-	-	-			-				
	2667	1332	1364	5526		3325	1986	1956	7523		3209			4346	
	4	8	8	7	1617	3	1	7	9	2559	2	-3874	-6231	3	1266
Erhverv	-0,01	-0,11	-0,24	1,18	0,00	0,03	-0,24	-0,36	-0,28	0,00	-0,02	0,35	0,60	-0,90	0,00
Pendler	-0,12	-0,21	-0,20	0,52	0,00	0,23	0,19	0,16	-0,77	0,00	-0,12	0,02	0,04	0,25	0,00
Uddannelse	-0,07	-0,15	-0,15	0,45	0,00	0,28	0,19	0,20	-0,75	0,00	-0,21	-0,04	-0,05	0,29	0,00
Øvrige	0,42	-0,26	-0,15	-0,20	0,02	0,57	0,17	0,18	-1,48	0,00	-1,00	0,09	-0,03	1,69	-0,02
Total	0,07	-0,24	-0,18	0,20	0,01	0,27	0,16	0,16	-1,08	0,00	-0,34	0,08	0,02	0,87	-0,01

Tabel 10 Antal rejsende i forhold til *Gns.B*; øverst absolut og herunder relativ forskel.

Antallet af rejser der foretages, er rimelig konstant for erhverv, pendler og uddannelse, mens øvrige rejsende er signifikant højere end for *B*; *E* er dog ikke signifikant højere end *D*. Ses der på de enkelte transportmidler er der dog større variation.

	D	E	G
--	---	---	---

¹³ Fordelingen for det sammensatte led kan findes på følgende vis såfremt den fulde kovariansmatrix er kendt. $(Y_1 + Y_2) \sim N(0, a+b+2 \cdot \rho_{12} \cdot a \cdot b)$ hvor $a = E(Y_1)$, $b = E(Y_2)$ og korrelationen ρ_{12} er kendt da kovariansen mellem Y_1 og Y_2 kendes. Videre findes fordelingen for $(Y_1 + Y_2 + Y_3)$ og denne er kendt, da korrelationen mellem $(Y_1 + Y_2)$ og Y_3 findes som $\rho_{12,3} = \text{cov}(Y_1 + Y_2; Y_3) / [\sigma(Y_1 + Y_2) \cdot \sigma(Y_3)]$ der er sammensat af kendte parametre. Per induktion følger at summen af disse stokastiske fordelte parametre er normalfordelt med middelværdi 0 og varians Σ .

¹⁴ Produktet af de stokastisk fordelte parametre og den anvendte tid der indgår i nyttefunktionen er ikke uafhængig, hvorfor strækningsstokastikken der adderes hertil ikke kan opfattes som en probitbaseret SUE.

	Absolut	i %	Absolut	i %	Absolut	i %
Køretid bus	-128	-3,97	-100	-3,1	183	5,67
Køretid tog	68	2,94	105	4,51	18	0,77
Køretid S-tog	154	7,55	208	10,16	42	2,08
Køretid Pbane	7	2,96	14	6,11	-1	-0,24
Køretid Metro	25	6,54	28	7,14	8	2,06
Ventetid	77	7,06	44	4,01	47	4,3
Forsinkel e	-55	-5,38	-66	-6,46	-23	-2,26
Skiftetid	-557	-31	-624	-34,7	-275	-15,3
Skjult ventetid	82	5,34	-25	-1,6	78	5,09
Adgangsti d	247	5,24	322	6,82	149	3,16
Samlet	-79	-0,43	-94	-0,51	227	1,23

Tabel 11 Afvigelse i tidskomponenter (1000 min) til *Gns.B*

Testene viser (Tabel 11), at det generelle tidsforbrug reduceres med 0,5 %, hvilket ligger indenfor usikkerheden jf. Tabel 3. Herunder ligger større variation, idet skiftetid reduceres med 30-35 % (*D* og *E*). At skjult ventetid øges med 5% skal ses i lyset af at der er 55.000 hhv. 75.000 for *D* hhv. *E* (Tabel 10) flere KT rejsende - kun disse bidrager til skjult ventetid. Med andre ord ændrer det modellens resultater at variation på præferencer medtages i modellen.

Hvorvidt en manglende specifikation af præferencestokastik, dvs. manglende beskrivelse af forskelle i passagerens vægtning af forskellige tidskomponenter¹⁵, og dermed at alle passagerer antages at have samme præferencer og adfærd (bortset fra tilfældig variationer og manglende kendskab til nettet) medfører et større eller mindre tidsforbrug og antal rejser er ikke givet. Dette vil afhænge af den konkrete udformning af nyttefunktion kombineret med den konkrete kombination af variable.

6 Skiftestraf (*C, H1, H2*)

Nyttefunktionen indeholder en straf for at skifte (kr. pr skift); denne er estimeret ud fra SP/RP data (1992-98 data). I modellen er der imidlertid kun medtaget en skiftestraf for erhvervsrejsende og denne er 'kun' 1/10 af den estimerede værdi. I testkørsel *C* og *H1* tilføjes

¹⁵For erhvervssegmentet er stokastikken på omkostningen

den estimerede skiftestraf på alle segmenter (for erhvervssegmentet svarer dette til at tidoble den eksisterende parameterværdi), mens straffen i $H2$ fjernes for alle segmenter. I Tabel 12 vises ændringer i rejsemængder i forhold til gennemsnitlig B . Det bemærkes at H er uden forsinkelsesfordeling, hvorfor der sammenlignes med A .

Dagture	C					H1					H2				
	Bil	Gang	Cykel	KT	Total	Bil	Gang	Cykel	KT	Total	Bil	Gang	Cykel	KT	Total
Erhverv	1517	-138	-133	-1265	-20	-526	57	45	430	7	-699	81	37	590	10
Pendler	1252			-	1819										
	2	842	4828	7	-6	-6157	-324	-1013	7483	-11	-7456	-600	-1602	9635	-23
Uddannelse	490	160	1925	-2575	0	-1832	-87	-837	2760	3	-1927	-99	-964	2992	2
Øvrige	1601	1759		-	4551	-			2077		-			2570	
	3	6	9249	0	-2652	7	-1359	-804	6	1047	1	-3143	-1554	7	1359
Total	3054	1845	1586	6754		2608			3144		2973			3892	
	1	9	9	7	-2678	1	-1712	-2610	9	1046	3	-3761	-4083	4	1348
Erhverv	0,12	-0,01	-0,01	-0,10	0,00	-0,04	0,12	0,09	1,75	0,00	-0,06	0,17	0,08	2,39	0,00
Pendler	0,90	0,06	0,35	-1,30	0,00	-0,44	-0,18	-0,21	1,32	0,00	-0,53	-0,33	-0,34	1,70	0,00
Uddannelse	0,60	0,19	2,35	-3,14	0,00	-2,24	-0,29	-0,32	2,55	0,00	-2,35	-0,33	-0,37	2,77	0,00
Øvrige	1,47	1,61	0,85	-4,17	-0,24	-1,61	-0,16	-0,24	3,77	0,04	-1,80	-0,36	-0,47	4,67	0,05
Total	0,81	0,49	0,42	-1,79	-0,07	-0,69	-0,15	-0,23	2,52	0,01	-0,79	-0,33	-0,37	3,12	0,02

Tabel 12 Dagture (C , $H1$ og $H2$) fordelt efter transportmiddel og segment; øverst absolutte tal, nederst relativt til $Gns.A$, i %

Det ses af ovenstående at der foretages (signifikant) færre rejser (0,07 %) med skiftestraf på alle segmenter (C), hvilket skyldes fald i KT rejser. Der foretages flere rejser ved ændrede indstillingerne for skiftestraf kombineret med perfekt regularitet (H); dette er dog ikke signifikant jf. Tabel 7. Antallet af bilrejsende er (signifikant) mindre i H end B , hvilket til dels kan begrundes med perfekte regularitet. Ændringer i rejsetid ses herunder i Tabel 13.

	C		H1		H2	
	Absolut	i %	Absolut	i %	Absolut	i %
Køretid bus	234	7,24	179	5,54	221	6,85
Køretid tog	133	5,74	-16	-0,71	-22	-0,94

Køretid S-tog	161	7,86	-37	-1,79	-19	-0,95
Køretid Pbane	7	2,9	-2	-0,64	2	0,64
Køretid Metro	-38	-9,78	7	1,82	6	1,49
Ventetid	126	11,63	-17	-1,52	-11	-1,05
Forsinkelse	-121	-11,85	x	x	x	x
Skiftetid	-596	-33,15	250	13,93	283	15,74
Skjult ventetid	144	9,42	11	0,73	27	1,78
Adgangstid	444	9,41	-72	-1,52	-49	-1,03
Samlet	495	2,69	-713	-3,88	-580	-3,16

Tabel 13 Rejsetider ved C hhv. $H1$ og $H2$ relativ til B hhv. $Gns.A$ (1000 min)

Det ses at den samlede rejsetid for C er signifikant større end B , hhv. for H er signifikant mindre end for A , jf. vurderingerne i Tabel 3. Reduktionen i rejsetid er større for $H1$ og $H2$ end for $Gns.A$; hvilket indikerer at det samlede tidsforbrug er lavere, når skiftestraf er enten på *alle* eller på *ingen* af alternativerne; forskellen er dog ikke signifikant.

Generelt set er der en vækst i rejsetiden hvilket er forventeligt da hvert skift tæller med til den samlede omkostning ved at rejse (se Tabel 13). Eksempelvis kan man forestille sig at en tidsmæssig kort forbindelse med et skift udskiftes med en tidsmæssigt længere rejse uden skift. Dette vil resultere i længere samlet rejsetid men mindre samlet omkostning end rejsen med skift.

7 Stokastik på pladsbilletomkostning

I præferencestokastikken er det antaget at erhvervsbrugerne har stokastik på omkostningen og ikke på tidskomponenterne som de øvrige brugergrupper. Det stokastiske led knytter sig til pris men ikke til en evt. pladsbilletomkostning. Højt bookede afgangse fredag/søndag burde have omkostninger vedrørende pladsbillet medregnet i prisen, da der reelt er tale om en forhøjelse af prisen.

Det tilstræbtes at lave et test der tilføjede stokastik på pladsbilletomkostningen tillige med den monetære pris; dette led i nyttefunktionen ville da blive

$$U = \sum_{i \in J} \beta_i x_i + (\beta_j^{pris} + \xi_j^{pris}) x_{pris} + (\beta_j^{pladsbillet} + \xi_j^{pladsbillet}) x_{pladsbillet} + \varepsilon$$

hvor ξ_j^i er fordelt $N(0, \sigma_j^2)$

$$= \sum_i \beta_i x_i + \xi_j^{pris} x_{pris} + \xi_j^{pladsbillet} x_{pladsbillet} + \varepsilon$$

hvor x_j er tidskomponenter mens x_i er øvrige forklarende variabler. At gennemføre et sådant test ville kræve ændret struktur i input og har derfor i praksis ikke kunne gennemføres. Principielt set skal pladsbilletomkostning tillægges den direkte rejseomkostning, således at samme fordeling anvendes for både pris og pladsbilletomkostning, da pladsbilletkrav reelt er en forhøjelse af prisen. Følgende udtryk vil da gælde

$$U = \sum_i \beta_i x_i + \xi_j^{omkostning} (x_{pris} + x_{pladsbillet}) + \varepsilon$$

Som modelrammen er designet, har det ikke været muligt umiddelbart at teste hvilken forskel i resultaterne, stokastik på pladsbillet ville medføre. For at teste korrekt skal takstmatricen modificeres således at den afspejler om en pladsbillet ville anvendes på den pågældende rejse. I modellen er der indlagt at der for hver rejserelation med hvert transportmiddel findes netop en pris. Alternativt skal nyttefunktionen i modal split og assignment modellerne redefineres således at stokastikken medtages. Dette er ej heller en farbar vej, til dette formål.

8 Andre variansegenskaber

I det følgende præsenteres et par alternative metoder til at styre variationen i resultaterne yderligere.

8.1 Reduceret varians

For alle stokastiske fordelte parametre er det antaget at variationen er 5% af middelværdien. Dette synes ikke umiddelbart at være empirisk underbygget, hvorfor det er nærliggende at påpege at der kunne foretages en kørsel med mindre/ større variation i de stokastisk fordelte parametre! Imidlertid er der efter forfatterens opfattelse behov for mere systematiske analyser af passagerers manglende kendskab til nettet, rutevalg samt tilfældighed i adfærd. Dette vil imidlertid kræve forholdsvist komplicerede adfærdsundersøgelser (turdagbøger, gentagne interviews af samme person, krydsinterviews så præferenceforskelle udelukkes); dvs. kombinerede RP- og SP-analyser, hvor samme person følges over flere rejser, for at kunne isolere effekten. Det har hidtil ikke været muligt at få finansieret sådanne undersøgelser af forskningsråd og/eller trafikelskaber og operatører.

Eksakt bestemmelse af maksimum for den samlede variation har været problemfyldt¹⁶. Variansen på 5% blev fastsat gennem en række eksperimenter, hvor modellen blev kørt

¹⁶ Denne del af modelrammen anvender TPSchedule.

fuldskala og sammenlignet med observationer. Variationen skulle ikke kunne overstige 5% af summen af middelværdierne for de fordelte parametre. Såfremt dette ikke er tilfældet, bør der være en diskussion af hvorvidt variationen bør være konsistent for forskellige segmenter. Ifølge dokumentationen er variationen mindre jo færre fordelte parametre der er i nyttefunktionen; dvs. for erhverv og fritid. Dette er illustreret herunder.

$$U = \sum_i \beta_i x_i + \sum_{j \in J} \xi_j x_j \quad \text{hvor } x_1 \text{ er skiftetid og}$$

fordelingen af $\sum_{j \in J} \xi_j x_j$ er givet ved

$$\begin{aligned} (\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2) &\sim N(x_1 + x_2; \sigma_{1j}^2 + \sigma_2^2 + 2\rho_{12} \sigma_1 \sigma_2) \\ &\sim N(x_1 + x_2; 0.05(\beta_1 + \beta_2 + 1.8x_1^{1.5} \sqrt{x_2})) \end{aligned}$$

Da $1.8 \cdot x_1^{1.5} \sqrt{x_2}$ er klart positivt (alle variabler er positive) er den samlede variation større end 5 % af middelværdien for funktionen; tillige ses det at variationen vokser med antallet af stokastisk fordelte parametre i nyttefunktionen¹⁷. Da alle segmenter ikke har samme antal stokastisk fordelte parametre, varierer variationen mellem segmenterne. Såfremt den samlede variation er begrænset opadtil, vil den maksimale variation i det enkelte led afhænge af antallet af stokastiske led¹⁸.

8.2 Samlet variation

Den samlede variation kan reduceres ved enten at reducere variationen på den enkelte parameter (til eksempelvis 2%) eller ved at fjerne/skalere (vægtning under 1) korrelationen mellem par af parametres stokastiske led. Stokastisk fordelte tidsparametre i den aktuelle model er korreleret med skiftetid; mens omkostningsparameteren ikke er korreleret da der kun er en fordelt parameter.

Ved at fjerne korrelationen mellem de stokastiske led, opnås at den samlede variation er opadtil begrænset til 5% af middelværdien. Desuden vil en del af de enkelte leds variation 'gå ud med hinanden' og dermed reducere variationen. Dette synes måske ikke umiddelbart rimeligt; hvis et individ værdsætter rejsetid højere vil ventetid kunne forventes ligeledes at værdsættes højere.

9 Konklusion

Generelt er der forskel på resultaterne mellem kørslerne med og uden stokastik. Tidligere anvendtes modeller uden stokastik; mens denne model indeholder flere niveauer af stokastik.

¹⁷ Medmindre der er indlagt en begrænsning i modellen til at forebygge dette.

¹⁸ Dette er en konsekvens af den manglende iid egenskab. (jf. note 13), hvilket komplicerer estimationen af strækningstokastikken, idet denne ikke kan estimeres uafhængigt af præferencestokastik

Hvilke resultater er de mest pålidelige og er størrelsesordenen af afvigelserne rimelige? Dette er søgt afdækket i det forgående. Generelt er alle tests baseret på mindre ændringer i modelopsætningen samt gentagne (identiske) kørsler. Da beregningstiden for en kørsel er relativ lang (ca. 8 døgn) har der været en naturlig begrænsning på antallet af testkørsler der kunne foretages. De her beskrevne testkørsler har samlet taget $13 \cdot 8 \text{ døgn} + 2 \cdot 3 \text{ døgn} = 132 \text{ døgn!}$

Generelt synes modellen at reagere med korrekt fortegn på ændringer i modelopsætningen; relativ størrelsesforhold mellem ændringerne (om en type af ændring bør påvirke resultaterne mere end en anden type ændring) synes ligeledes at være rimelige. Dog skal der ikke her tages stilling til om den absolutte størrelse af ændringerne er korrekt.

Testene i artiklen leder til en række konklusioner vedrørende modellering af trafikantadfærd. Vedrørende regularitet, viser tallene tilsyneladende, at 100% regularitet ikke har stor betydning for antallet af kollektive rejser. I testene var det imidlertid kun IC og regionaltogets regularitet, der blev sat til 100%, hvilket for disse medførte flere passagerer. Således har regulariteten stor betydning for det specifikke kollektive transportmiddel, hvilket også fremgår af tidsværdierne for forsinkelser (se Nielsen & Jovicic, 1999).

Fjernelsen af al strækningsstokastik medførte derimod en markant forøgelse i antal rejser med kollektive transportmidler (bus og tog), samtidig med at det samlede persontidsforbrug i systemet faldt! Man må derfor konkludere, at effektive passagerinformationssystemer kan medføre markante forbedringer (i et omfang, der overraskede forfatterne). Et lille forbehold er dog, at størrelsen af strækningsstokastikken alene var kalibreret ud fra aggregerede data (ikke estimeret ud fra SP-data, og derfor kun kan beskrive udtrykte præferencer, ikke rene stokastiske effekter.

Generelt anbefales det vurdere niveauet for stokastik når dette introduceres i trafikmodeller, dels i rutevalg og dels i transportmiddelvalget. Desuden bør der henledes opmærksomhed på totale niveauer for den stokastiske variation samt størrelsen af kovarianser mellem stokastiske led. Tillige ville empiriske undersøgelser af niveauerne være til stor gavn for videreudvikling af stokastiske trafikmodeller.

Referencer

Ben-Akiva, M., D Bolduc & A Daly. (1993). Estimation of Travel Choice Models with Randomly Distributed Values of Time. *Transportation Research Record* 1413, s. 88-97.

- Ben-Akiva, M. & SR Lerman (1985) *Discrete Choice Analysis*, MIT Press, CA. Mass.
- Bhat, C.R. (1995) A Heteroscedastic Extreme Value Model of Intercity Travel Mode Choice. *Transportation Research* Vol. 29, No. 6, s.471-483.
- Bhat, C.R. (1997) Covariance Heterogeneity in Nested Logit Models: Economic Structure and an Application to Intercity Travel. *Transportation Research* Vol. 31, No. 1, s.11-21.
- Bhat, C.R. (1998) Accommodating Flexible Substitution Patterns in Multi-Dimensional Choice Modelling: Formulation and Application to Travel Mode and Departure Time Choice. *Transportation Research* Vol. 32, No. 7, s.455-466.
- Nielsen, O.A. & Jovicic, G (1999) A large scale stochastic Timetable-based transit assignment model for route and sub-mode choices. *27th European Transport Forum (PTRC Annual meeting)*. Proceedings of Seminar F, Transportation Planning Methods, Vol. P 434. s. 169-184. Cambridge.
- Nielsen, O.A. (2000a) A Stochastic Transit Assignment Model Considering Differences in Passengers Utility Functions. *Accepted for publication in Transportation Research Part B*.
- Nielsen, O. A., Overgaard Hansen, C. & Daly, A. (2000b). A large-scale model system for the Copenhagen-Ringsted railway project. *9th International Conference on Travel Behaviour Research*, July. Proceedings, Vol. 12, Application Workshop 4: Large scale model systems.